

**Tema 3.** Modelo de electrones libres. Distribución de Fermi-Dirac. Densidad de estados electrónicos. Algunas propiedades de interés.

### Problemas

- 1) Verificar que la función  $\psi(\vec{r}) = Ae^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ , con  $\vec{k} = \pm \frac{2n_x\pi}{L}\vec{u}_x \pm \frac{2n_y\pi}{L}\vec{u}_y \pm \frac{2n_z\pi}{L}\vec{u}_z$  cumple la ecuación de Schrödinger estacionaria para electrones libres en un cubo de lado  $L$  y las condiciones de contorno periódicas en los límites.
- 2) **a)** Calcular la diferencia de energía entre los dos valores de energía más bajos para un electrón libre en un cubo de metal de lado 1 cm. **b)** Comparar ese valor con la energía térmica,  $k_B T$ , a temperatura ambiente.
- 3) Calcular la probabilidad de que un nivel electrónico que está situado 0,1 eV por encima del nivel de Fermi del material esté ocupado a temperatura ambiente (unos 20°C).
- 4) Estimar la energía de Fermi  $E_F$ , la temperatura de Fermi  $T_F$ , el número de onda de Fermi  $k_F$  y la velocidad de Fermi  $v_F$  de la plata. Datos:  $M_{mol} = 0.1079$  kg/mol, *densidad* = 10500 kg/m<sup>3</sup>. Cada átomo aporta 1 electrón al gas de electrones libres.
- 5) Estimar la energía de Fermi, la temperatura de Fermi, el número de onda de Fermi y la velocidad de Fermi del aluminio. Datos:  $M_{mol} = 0.02698$  kg/mol, *densidad* = 2698 kg/m<sup>3</sup>. Cada átomo aporta 1 electrón al gas de electrones libres.
- 6) La resistividad eléctrica del magnesio a 273 K es  $4.05 \times 10^{-8}$  Ωm. El magnesio adopta la estructura cristalina hexagonal con parámetros de red  $a = 3.21$  Å y  $c = 5.21$  Å. La velocidad de los electrones en la superficie de Fermi es  $1.58 \times 10^6$  ms<sup>-1</sup>. Cada átomo de magnesio contribuye con dos electrones a la estructura. Calcular **a)** el tiempo de relajación **b)** el recorrido libre medio de los electrones **c)** comparar el recorrido libre medio con el espaciado interatómico de los átomos de magnesio en el cristal.
- 7) Calcular la energía de Fermi  $E_F$ , la velocidad de Fermi  $v_F$ , el coeficiente Hall  $R_H$ , el tiempo de relajación  $\tau$ , la movilidad  $\mu$ , y el recorrido libre medio  $\ell$  en el oro. Comparar  $\ell$  y el espacio interatómico. Datos:  $\sigma = 4.87 \times 10^7$  Ω<sup>-1</sup>m<sup>-1</sup> a  $T = 273$  K, estructura FCC con  $a = 4.078$  Å. Cada átomo contribuye con 1 electrón al gas de electrones libres.
- 8) Se determina experimentalmente la conductividad,  $\sigma = 5.88 \times 10^7$  Ω<sup>-1</sup>m<sup>-1</sup>, de un metal a temperatura ambiente, así como su movilidad  $\mu = 4.29 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>/Vs. **a)** Obtener la concentración de electrones. **b)** Si tiene estructura FCC con  $a = 3.6$  Å ¿cuántos electrones aporta cada átomo?

9) Determinar el desplazamiento de la esfera de Fermi al aplicar un campo eléctrico de 500 V/cm a una muestra de Cu cuyo tiempo de relajación es  $\tau = 10^{-13}$  s. Compararlo con el número de onda de Fermi (radio de la esfera de Fermi). Con estos datos, explicar brevemente por qué al calcular el recorrido libre medio de los electrones, sólo se tiene en cuenta los que tienen velocidad  $v_F$ .

Datos: El Cu tiene estructura FCC con parámetro de red  $a = 3,6 \text{ \AA}$ . Cada átomo aporta un solo electrón al gas de electrones libres.

10) Para determinar la concentración de portadores de un material se obtiene una lámina hecha del mismo, con espesor  $d = 1 \text{ mm}$  y se realizan medidas de efecto Hall en presencia de un campo magnético  $B = 0,3 \text{ T}$ . Si al hacer pasar una corriente  $I = 0,01 \text{ A}$  se obtiene un voltaje Hall  $U_H = 1,88 \times 10^{-3} \text{ V}$  ¿cuál es el coeficiente Hall del material? ¿cuál es la concentración de portadores en este material? Ver la figura de debajo: si el potencial medido en el punto 1 es menor que el medido en el punto 2, ¿qué signo tienen los portadores de este material?

